

**REPUBLIQUE DU SENEGAL**

**Un Peuple - Un But - Une Foi**



**MINISTRE DE L'ECONOMIE,**

**DES FINANCES ET DU PLAN**

\*\*\*\*\*

**DIRECTION GENERALE DE LA PLANIFICATION**

**ET DES POLITIQUES ECONOMIQUES**

\*\*\*\*\*

**DIRECTION DE LA PLANIFICATION**



**Planning paper n°5**

# **Evolution de la dynamique de la population des départements du Sénégal : approche par la loi de ZIPF**

Site web: [www.plandev.sn](http://www.plandev.sn)

# Evolution de la dynamique de la Population des départements du Sénégal : approche par la loi de ZIPF

---

Ndéye Sokhor SENE<sup>1</sup>, Mouhamed COULIBALY et Mouhamadou Bamba DIOP

## RESUME

L'objectif de cet article est de comprendre comment la population sénégalaise, au niveau des départements, a évolué entre 1988 et 2013. Pour répondre à cette préoccupation, nous avons eu recours à un ensemble d'outils habituellement utilisés en science régionale. Le premier est la loi de Zipf ou modèle rang-taille, qui permet dans un premier temps d'analyser la structure de la hiérarchie. Ensuite, nous avons procédé à une analyse dynamique sur la distribution des tailles des départements à l'aide des chaînes de Markov. Les principaux résultats qui en découlent montrent que le système des départements du Sénégal est caractérisé par une forte inégalité qui ne cesse de se creuser depuis 1988. Aussi, à partir d'une répartition des départements suivant cinq classes de taille, l'analyse de la dynamique par les chaînes de Markov témoigne d'une faible mobilité et de difficultés pour l'ensemble des départements du Sénégal de passer d'une classe à une autre de taille supérieure. Ce qui constitue un désavantage pour les départements de petites tailles car leur chance d'évoluer reste faible tandis que les grandes agglomérations continuent à concentrer l'ensemble de la population sénégalaise.

**Mots clés :** Hiérarchie, loi de Zipf, système de département, dynamique.

---

<sup>1</sup>Direction de la Planification (DP), 64, rue Carnot x Dr Thèze, BP: 4010 Dakar Tél: (221) 33 823 88 91/ Fax: (221) 33 823 14 37. Email : [mbdiop@minfinances.sn](mailto:mbdiop@minfinances.sn)

Ce document ne doit pas être cité comme un point de vue de la DP. Les opinions exprimées dans ce document de travail sont celles des auteurs et ne représentent pas nécessairement celles de la politique de la DP. Les documents de travail décrivent les recherches en cours par les auteurs et sont publiés pour susciter des commentaires.

# SOMMAIRE

<b>RESUME</b> .....	2
<b>INTRODUCTION</b> .....	4
<b>1. FAITS STYLISÉS SUR LA STRUCTURATION DES DÉPARTEMENTS DU SENEGAL</b> .....	5
<b>2. REVUE DE LA LITTÉRATURE</b> .....	7
<b>2.1. APPROCHES DE LA CROISSANCE ALÉATOIRE OU MODÈLES PROBABILISTES</b> .....	7
<b>2.2. APPROCHES DE LA CROISSANCE ENDOGÈNE OU MODÈLES ÉCONOMIQUES</b> .....	8
<b>3. MÉTHODOLOGIE</b> .....	10
<b>3.1. ETUDE STATIQUE DE L'ÉVOLUTION DU SYSTÈME DES DÉPARTEMENTS : FORME TESTABLE DE LA LOI DE ZIPF</b> .....	10
<b>3.2. ETUDE DYNAMIQUE DE L'ÉVOLUTION DU SYSTÈME DES DÉPARTEMENTS</b> .....	11
<b>3.2.1. DISCRÉTISATION DE LA DISTRIBUTION DES DÉPARTEMENTS DU SÉNÉGAL</b> .....	12
<b>3.2.2. MATRICE DE TRANSITION</b> .....	12
<b>3.2.3. MATRICE DES TEMPS MOYENS DE PREMIER PASSAGE</b> .....	13
<b>4. RÉSULTATS DES ESTIMATIONS</b> .....	14
<b>4.1. ETUDE STATIQUE : ESTIMATION DE LA LOI DE ZIPF POUR LES ANNÉES 1988, 2002 ET 2002</b>	
<b>4.2. ETUDE DYNAMIQUE : APPLICATION DES CHAINES DE MARKOV</b> .....	15
<b>4.2.1 ANALYSE DES PROBABILITES DE TRANSITION</b> .....	15
<b>CONCLUSION</b> .....	18
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	19

## INTRODUCTION

Actuellement, le Sénégal a instauré l'acte 3 de la décentralisation qui s'inscrit dans un processus amorcé depuis 1972 par l'acte1 et en 1996 par l'acte2. Parmi les objectifs de l'acte3, il y figure la réorganisation cohérente de l'espace pour l'émergence de territoires viables, compétitifs et la constitution de pôles de développement économique. La mise en œuvre de ces objectifs nécessite une politique d'aménagement du territoire qui aura pour finalité de favoriser une répartition de la population et des activités économiques qui soit à même de répondre aux exigences de la qualité de vie, de performances économiques et de respect des équilibres environnementaux. Dans ce contexte, le département qui reste une circonscription administrative devient une collectivité locale de deuxième ordre qui est appelée à jouer un rôle important dans ce processus de décentralisation et de développement des collectivités locales du Sénégal. Cette situation pose avec acuité la connaissance des forces qui concourent à la structure de ces collectivités locales. C'est ainsi qu'il devient intéressant d'étudier la dynamique de la population au sein de ces départements et qui est révélatrice de phénomènes démographiques et économiques complexes.

Au Sénégal, la croissance de la population est restée forte depuis les indépendances. Recensée à 4 958 085 en 1976, le taux d'accroissement intercensitaire fut de 2,7 % entre 1976 et 2002 puis de 2,5% entre 2002 et 2013. La population sénégalaise a atteint 13 508 715 lors du dernier recensement général de la population, de l'habitat, de l'agriculture et de l'élevage de 2013 (RGPHAE). Cependant la répartition de cette population montre de très fortes disparités entre les régions : Dakar et Thiès constituent les régions les plus peuplées tandis que Sédhiou et Kédougou restent les moins peuplées. Cette disparité est encore plus accentuée au niveau des départements où on remarque dans certains cas, une concentration de la population au niveau des départements chefs lieu de région.

Cette inégalité dans la répartition de la population dans les localités est, dans la littérature de la science régionale, décrite par la loi de Zipf. En effet d'après Zipf, si on considère un système de  $n$  villes, les villes occupent en fonction de leur taille les rangs allant de 1 à  $n$  tel que la population de la  $k^{\text{ième}}$  ville ( $1 \leq k \leq n$ ) soit égale à  $1/k$  de la population de la plus grande ville. La hiérarchie décrite par la loi de Zipf a deux fondements théoriques que sont les théories de la croissance endogène et les théories de la croissance aléatoire. Au niveau des théories de la croissance endogène, les

facteurs explicatifs de la croissance de la taille d'une ville sont des caractéristiques géographiques et économiques propres à chaque ville qui influencent les décisions de localisation des entreprises et des hommes. Quant aux théories de la croissance aléatoire, l'évolution de la répartition de la population dépend des chocs aléatoires qui affectent un système de villes. Ces chocs peuvent être de natures différentes telles que : l'instauration de politiques économiques, des conflits, des changements climatiques etc.

Dans le contexte du Sénégal, le dynamisme de la population n'est étudié que de manière globale en considérant l'effectif de la population nationale. Cet état de fait cache la réalité des disparités caractérisant les différentes localités et ne renseigne pas sur les évolutions qui peuvent être distinctes d'une localité à l'autre. Face à ce constat, il devient important de procéder à une analyse au niveau spatial, en considérant les localités comme unité d'étude. Cependant, cette analyse se fera au niveau des départements du Sénégal afin de pouvoir expliquer la dynamique de peuplement au sein de ces collectivités locales spécifiques au cours de la période 1988-2013.

Ainsi, l'objectif de ce travail est de pouvoir expliquer comment la taille de la population au niveau des localités a évolué au cours de ces années.

Pour atteindre ces objectifs, le présent travail s'articule comme suit. Dans la première partie, nous aborderons les faits stylisés sur la structuration des départements du Sénégal. Ensuite une revue de la littérature sur les théories de la croissance qui sont à la base de la loi de Zipf, fera l'objet de la deuxième partie. La présentation de la méthodologie et des résultats fera l'objet des deux dernières parties de cette étude.

## **1. FAITS STYLISES SUR LA STRUCTURATION DES DEPARTEMENTS DU SENEGAL**

Après son accès à l'indépendance en 1960, le Sénégal a disposé d'une politique d'aménagement du territoire et a mis en œuvre le premier schéma d'aménagement du territoire en 1972. Ce dernier mettait l'accent sur la nécessité de développer des zones éco-géographiques prioritaires pour un développement équilibré du territoire. La modification de la loi n° 72-02 du 1er février 1972 relative à l'organisation de l'administration territoriale effectuée en 1984 fixait le nombre de régions à 10 contre six de 1972. Ces régions sont réparties à l'intérieur des six zones éco-géographiques suivantes : le vieux bassin arachidier, la zone sylvo-pastorale, la région du Sénégal

oriental, la Casamance, la vallée du fleuve Sénégal et le littoral nord ou zone des Niayes. Suite au découpage administratif de 1984, au niveau des subdivisions administratives, le territoire comprenait trente départements. Cette division administrative a été modifiée par la création de la région de Matam en 2002, subdivisée en trois départements : Matam, Kanel et Ranérou. Aussi, de nouveaux départements ont vu le jour. Le département de Dagana fut divisé en deux : Saint-Louis et Dagana et enfin un quatrième département pour la région de Dakar : Guédiawaye.

Du fait que la région est considérée comme une subdivision jouant un rôle important en ce qui a trait à la politique de l'Etat et dans la coordination de l'action de l'Etat et des collectivités locales, les limites de trois régions ont été revues en 2008. L'Etat du Sénégal a pris des mesures de redécoupage de la région de Kaolack, Tambacounda, et Kolda. La principale raison de ce redécoupage était que la région, du fait de sa spécificité de subdivision administrative et de collectivité locale, devait remplir pleinement son rôle d'accélérateur du développement économique en rapprochant les pouvoirs de décision de la base. Or les régions de Tambacounda, Kaolack et Kolda remplissaient difficilement cette fonction à cause de l'étendue de leur territoire. Pour remédier à ce problème il a été promulgué la loi n° 2008-14 du 18 mars 2008 modifiant la loi n° 72-02 du 1er février 1972 portant organisation de l'Administration territoriale. Ainsi, cette loi érigeait en régions les départements de Kaffrine, de Sédhiou et de Kédougou. Officiellement le Sénégal compte 14 régions subdivisées en 45 départements. En 2013, l'acte<sup>3</sup> de la décentralisation marque un pas de plus dans le processus de décentralisation amorcé par le pays depuis 1994. Ce dernier va consacrer le département comme collectivité locale et la suppression de la région parmi les collectivités locales.

Cependant la situation de ces départements est caractérisée par des disparités de taille. En 1988, Dakar était le département le plus peuplé suivi de Pikine. Le Recensement Général de la Population et de l'Habitat (RGPH) de 2002 a montré par la suite que la population de trois départements avait considérablement accru pour faire de ces derniers les départements les plus peuplés après ceux de Dakar et Pikine à savoir : Mbacké, Mbour, Thiès. Entre 2002 et 2013 ces départements ont continué à concentrer une grande partie de la population sénégalaise tandis que le redécoupage

administratif de 2013 a favorisé l'apparition de départements moins peuplés à côté de ces grandes agglomérations.

## **2. REVUE DE LA LITTERATURE**

C'est en 1949 que Zipf effectua ses recherches sur les systèmes de villes avec un échantillon de 256 villes australiennes de plus de 3000 habitants. Le fruit de ses recherches est la célèbre loi rang taille ou loi de Zipf qui résume les caractéristiques d'un système de villes. Cette loi sera ensuite introduite en science régionale quinze années plus tard, et suscite depuis une importante littérature aussi théorique qu'empirique.

La littérature sur les causes et la nature de la croissance des villes peut être classée en deux grands corpus. Ces deux courants d'idées se distinguent de par leurs hypothèses mais aussi de par leurs conclusions sur la relation existant entre la taille d'une ville et sa croissance. Les premières approches dites de la croissance aléatoire, appelées aussi modèles probabilistes, postulent que la croissance des villes suit une marche aléatoire et considère donc que la taille n'a pas d'influence sur la croissance des villes. Les secondes approches sont celles de la croissance endogène, appelées aussi modèles économiques. Ces dernières supposent que la taille ainsi que d'autres éléments propres à la ville ont la possibilité d'influencer sur les trajectoires de croissance urbaine Lalanne et Pouyane (2001).

### **2.1. APPROCHES DE LA CROISSANCE ALÉATOIRE OU MODÈLES PROBABILISTES**

Les approches de la croissance aléatoire sont essentiellement basées sur l'hypothèse selon laquelle la croissance des villes est indépendante de leur taille. Ce qui conduit ainsi à une vérification d'une autre loi statistique : celle de Gibrat.

Les premières réflexions sur les théories de la croissance aléatoire remontent depuis Simon (1955). Il fut le premier à s'interroger sur la loi de l'effet proportionnel de Gibrat. Cependant, le modèle de base actuellement utilisé est élaboré par Gabaix (1999). Les hypothèses de base de son modèle reposent sur une population croissante, la libre mobilité du travail, mais uniquement pour les jeunes générations et des technologies de production à rendements constants. La croissance des villes, sous ces hypothèses, dépend donc des chocs ponctuels exogènes, distribués de façon aléatoire entre les villes. Ces chocs résultent de différentes causes qui sont exogènes. En effet il

peut s'agir de causes, naturelles (catastrophes naturelles, famine, etc.), historiques (guerre) mais aussi institutionnelles. Toutes ces causes vont contribuer à la modification de la fonction d'utilité des ménages.

A cet effet, Dimou et al. (2008) avancent l'idée selon laquelle la dynamique d'un système urbain, à partir d'une certaine taille, suit un processus stochastique, au sein duquel chaque ville a la même espérance de croissance démographique. La dynamique urbaine suit donc la loi de Gibrat ; ce qui signifie que le taux de croissance d'une ville est indépendant de sa taille, tandis que sa variance est proportionnelle à  $(\beta - 1)$  où  $\beta$  le coefficient de hiérarchisation de la distribution rang-taille (Schaffar, 2009). En sus, Cordoba (2008), en prolongeant l'argumentation de Gabaix, montre que la loi de Gibrat est une condition nécessaire et suffisante pour produire, à l'état stationnaire, une distribution rang-taille conforme à la loi de Zipf.

## **2.2. APPROCHES DE LA CROISSANCE ENDOGÈNE OU MODÈLES ÉCONOMIQUES**

John Vernon Henderson est considéré comme le père fondateur de ces théories. Il fut le premier à s'interroger sur le processus de croissance des systèmes urbains en suivant les approches de la croissance endogène. L'hypothèse sur laquelle il se base est que les firmes se concentrent géographiquement afin d'exploiter des effets d'agglomération qui peuvent être liés soit à une dynamique de spécialisation (externalités marshalliennes de localisation) soit à une dynamique de diversification (externalité d'urbanisation de type Jacobs). La dynamique de spécialisation implique des stratégies de production optimale qui peuvent être : la proximité avec les entreprises similaires afin d'exploiter les avantages de la concentration des activités économiques, la proximité des ressources naturelles présentes dans une région, les infrastructures et le potentiel de marché d'une zone, ou encore une main d'œuvre qualifiée à moindre coût. La diversification d'une entreprise est liée à son ouverture à des activités, à des marchés, ou à des territoires nouveaux par rapport à ce qu'elle pratiquait. En ce sens, il apparaît clairement que la taille ainsi que d'autres éléments propres à la ville peuvent influencer la trajectoire de la croissance urbaine (Black et Henderson, 1999 et 2003 ; Henderson, 2004 ; Henderson et Wang, 2004).

Ainsi, la croissance urbaine, selon les approches de la croissance endogène, est un processus déterministe qui est sensible aux effets de taille et aux aspects permettant la spécialisation et la diversification. Du coup, ce contexte fait apparaître deux possibilités de configuration concernant le dynamisme des systèmes urbains. D'une part, les villes



convergent vers une taille unique et optimale, avec les petites villes qui croissent plus vite que les grandes villes. D'autre part, une divergence, impliquant ainsi un processus inverse ou une stabilité de la distribution rang-taille des villes a été aussi notée. Il faut cependant noter que ces approches ne fournissent pas nécessairement une distribution rang-taille qui, à l'état stationnaire, suit une loi de Zipf.

Plusieurs auteurs ont effectués des travaux empiriques sur la loi de Zipf. C'est ainsi que Carroll (1982), en s'appuyant sur l'étude de Rosen et Resnick (1980), montre que la distribution des villes dont le coefficient de Pareto est égal à 1, ne représente qu'un cas parmi d'autres hiérarchies urbaines existantes. Ainsi, en étudiant le coefficient de hiérarchisation, il arrive à la conclusion selon laquelle si ce coefficient est inférieur à 1, alors l'effet d'agglomération est renforcé et les villes de grande taille ont un poids plus important. Par contre, lorsque ce coefficient est supérieur à 1, on est en présence d'espace polycentrique où le nombre de villes moyennes est plus important.

Moriconi-Ebrard (1993), chercha à savoir si le niveau de développement a une influence sur le système urbain des pays. Ainsi dans une étude de comparaison internationale, il a appliqué le modèle de Lotka (1941) sur un échantillon de 78 pays constitués de pays industrialisés et de pays en développement. Il cherche donc à tester la relation qui existe entre le niveau de développement économique et la nature des hiérarchies urbaines des villes des plus 10 000 habitants. L'indice de hiérarchisation obtenu est égal à 1.05 avec un écart-type plus ou moins faible, validant ainsi la loi de Zipf au niveau international. Cependant, une différenciation a été notée entre les coefficients nationaux. Celle-ci s'explique, selon lui, par l'écart entre les villes en termes de niveau de développement économique et de régime politique. De plus Soo (2005), dans une étude effectuée sur un échantillon de 73 pays, trouve à l'inverse un coefficient de hiérarchisation plus élevé pour les pays à revenu élevé que pour les pays à revenu intermédiaire ou faible. Par-là, il conclut alors que le niveau de développement économique a une influence déterminante sur les hiérarchies urbaines.

De même, concernant les modèles de croissance endogène, différentes tentatives cherchant à tester leur validité ont été effectuées. A cet égard, Black et Henderson (1999), dans une étude sur l'évolution des villes américaines en 1900 et 1990 trouvent que la taille moyenne des villes augmente sous l'impulsion du changement technologique et de l'accumulation de connaissance. Dans le même contexte, Sharma (2008), Bosker et al (2006), Chen et Fu (2007), Dimou et al (2008), Delgado et Godinho

(2007) rejettent l'hypothèse d'une croissance parallèle pour les systèmes urbains indien, allemand, chinois et portugais, au moment où Schaffar et Dimou (2010) arrivent à une conclusion plus modérée dans leur étude du système urbain de la péninsule balkanique.

### 3. MÉTHODOLOGIE

#### 3.1. ETUDE STATIQUE DE L'ÉVOLUTION DU SYSTÈME DES DÉPARTEMENTS : FORME TESTABLE DE LA LOI DE ZIPF

Zipf considère que si  $X$  désigne la variable qui associe à chaque ville sa population, alors  $X$  suit une loi de Pareto, dont la densité est de la forme :

$$f(x) = C * x^{-a} \quad (1)$$

$C$  : est une constante qui dépend de la taille de la plus grande ville;  
 $a$  : est appelé le coefficient de hiérarchisation

$P(X > x)$  désigne la probabilité pour qu'une ville ait une population supérieure à  $x$ , la fonction de répartition complémentaire associée à  $X$  s'écrit :

$$F_{>}(x) = P(X > x) = \int_x^{+\infty} f(t) dt$$

$$F_{>}(x) = \frac{C * x^{-a+1}}{a-1} \text{ avec } a > 1 \quad (2)$$

Lorsque les villes sont rangées par ordre croissant de leur taille,  $x_1 > x_2 > \dots > x_i > \dots > x_n$ , et en considérant  $r(x)$  le rang de la ville de taille  $x$ , on obtient :

$$P(X > x) = \frac{r(x)}{n} \quad (3)$$

On peut donc combiner les équations (2) et (3), ce qui donne :

$$\frac{r(x)}{n} = \frac{C}{a-1} * x^{-a+1} \text{ avec } a > 1 \quad (4)$$

En posant  $k = \frac{Cn}{a-1}$  et  $\beta = a - 1$  ( $\beta > 0$ ), on obtient :

$$r(x) = k * x^{-\beta} \quad (5)$$

avec  $k$  un paramètre qui dépend de la taille de plus grande ville et  $\beta$  le coefficient de hiérarchisation, appelé communément le coefficient de Pareto.

Ainsi, la version la plus connue de la loi rang-taille, qui stipule que le rang d'une ville donnée est inversement proportionnel à sa taille, est obtenu en appliquant un logarithme à l'équation (5). Ce qui donne :

$$\log(r(x)) = -\beta \log(x) + \log k \quad (6)$$

Ainsi, la distribution d'un système urbain sera caractérisée à travers la valeur estimée de  $\beta$ .

L'estimation du coefficient de hiérarchisation s'opère dans la plupart des études sur la loi de Zipf par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). Cependant, l'estimation de ce coefficient a fait l'objet de nombreuses discussions. Plusieurs auteurs accusent le biais de cette méthode d'estimation notamment pour les échantillons de petite taille. A cet effet, Gabaix et Ibragimov (2006) proposent une méthode de correction de ce biais, appelée aussi la méthode du « *rang* -  $\frac{1}{2}$  » à travers l'estimation de la relation suivante :

$$\log(R_i - \xi) = \log k - \beta \log x_i \quad (7)$$

avec  $0 \leq \xi < 1$ . Dans ce cas de figure, le modèle classique de Zipf est obtenu lorsque  $\xi = 0$ . Gabaix et Ibragimov (2006) montrent que la meilleure estimation de  $\beta$  est obtenue lorsque  $\xi = \frac{1}{2}$ .

### 3.2. ETUDE DYNAMIQUE DE L'ÉVOLUTION DU SYSTÈME DES DÉPARTEMENTS

Pour comprendre le changement de la structure de la hiérarchie des départements au cours du temps, nous utilisons une analyse dynamique à travers les chaînes de Markov.

Une chaîne de Markov est classiquement définie comme une suite de variables aléatoires pour laquelle la meilleure prédiction que l'on puisse faire pour l'étape  $n+1$ , si on connaît toutes les valeurs antérieures, est la même que si on ne connaît que la valeur à l'étape  $n$  (le futur et le passé sont indépendants conditionnellement au présent). Par conséquent on peut considérer la population d'une ville comme une chaîne de Markov. Ainsi, si on connaît la taille  $S_t$  de la population à l'instant  $t$ , on peut prédire ses tailles futures, sans tenir compte de ses tailles précédentes, antérieures à  $t$ . Il prend ainsi le nom de processus sans mémoire et la

probabilité  $P_{ij,t}$  pour qu'une ville de taille  $i$ , à l'instant  $t$ , passe à la taille  $j$ , à l'instant  $t + 1$ , est donnée par :

$$P_{ij,t} = P(S_{t+1} = j | S_0 = i_0, S_1 = i_1, \dots, S_t = i_t) = P(S_{t+1} = j | S_t = i_t) \quad (9)$$

### 3.2.1. DISCRÉTISATION DE LA DISTRIBUTION DES DÉPARTEMENTS DU SÉNÉGAL

L'application des chaînes de Markov à une étude dynamique nécessite une discrétisation des départements selon la taille. Ceci permet d'avoir l'ensemble des classes en fonction de la taille qui désigne les Etats possibles. L'analyse de la dynamique se fera ensuite par l'estimation des probabilités de transitions entre ces différentes classes ainsi que les temps moyens de premier passage qui désigne le temps nécessaire en moyenne pour qu'un département passe de la classe  $i$  à la classe  $J$ . La discrétisation s'effectue comme suit

**Classe 1 ( $C_1$ ) : les villes dont la taille est inférieure à  $\frac{1}{4}$  de la taille moyenne des départements ;**

**Classe 2 ( $C_2$ ) : les villes de taille comprise entre le quart et la moitié de la taille moyenne ;**

**Classe 3 ( $C_3$ ) : les villes de taille comprise entre la moitié et la taille moyenne des départements ;**

**Classe 4 ( $C_4$ ) : les villes dont la taille est comprise entre la taille moyenne et le double de la taille moyenne des départements ;**

**Classe 5 ( $C_5$ ) : les villes de taille supérieure au double de la taille moyenne des départements**

### 3.2.2. MATRICE DE TRANSITION

Soit  $E$  l'espace des états possibles de la taille d'une ville, à chaque instant  $t$  ;

$E = \{1, 2, \dots, m\}$ . Les différentes probabilités  $P_{ij,t}$ , pour  $i$  et  $j$  variant de 1 à  $m$ , forment une matrice de taille  $(m, m)$  noté par  $M_t$  :

$$M_t = \begin{pmatrix} P_{11,t} & \cdots & P_{1m,t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1,t} & \cdots & P_{mm,t} \end{pmatrix}$$

Une matrice de transition ou noyau sur E est une application de  $E \times E$  à valeurs dans  $[0, 1]$  telle que

$$\forall t, \forall i; \sum_{j=1}^m P_{ij,t} = 1 \quad (10)$$

Cette matrice permet de décrire l'évolution de la distribution des possibilités de chaque état de la variable aléatoire. Cependant la probabilité pour qu'une ville se situe dans la classe j, à l'instant t + 1, est donnée par la relation suivante :

$$P(S_{t+1} = j) = \sum_{i=1}^m P(S_{t+1} = j | S_t = i) \times P(S_t = i) \quad (11)$$

Par suite, les différentes probabilités de transition  $P_{ij}$  d'une classe  $C_i$  à une classe  $C_j$  seront calculées en utilisant la méthode de maximum de vraisemblance. A l'état stationnaire, nous avons :

$$\hat{P}_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i} \quad (12)$$

Où  $n_{ij}$  : est le nombre de villes de la classe  $C_i$  passant à la classe  $C_j$  à l'année suivante  $t+1$ ;

et  $n_i$  l'effectif de la  $i^{\text{ème}}$  classe, l'écart-type est donné par :

$$\sigma_{ij} = \sqrt{\frac{\hat{P}_{ij}(1 - \hat{P}_{ij})}{n_i}}$$

### 3.2.3. MATRICE DES TEMPS MOYENS DE PREMIER PASSAGE

Afin d'estimer la vitesse de transition des tailles des départements d'un état à l'autre, nous définissons la matrice  $M_p$ , des temps moyens de premier passage. L'élément de cette matrice correspond à l'espérance du temps de premier passage  $\tau_{ij}$ . C'est le nombre minimal d'étapes nécessaires pour qu'une ville de taille  $i$  passe à la taille  $j$ .

$$\tau_{ij} = \inf\{k > 0 : S_k = j\} \quad (13)$$

avec  $S_0 = i$ .

## 4. RÉSULTATS DES ESTIMATIONS

### 4.1. ETUDE STATIQUE : ESTIMATION DE LA LOI DE ZIPF POUR LES ANNÉES 1988, 2002 ET 2002

Le tableau ci-dessous donne les résultats des estimations des deux spécifications de la forme testable de la loi de ZIPF.

Tableau 1 : Estimation du coefficient de Zipf

Méthodes d'estimation	1988		2002		2013	
	Relation de Zipf	Gabaix rang-1/2	Relation de Zipf	Gabaix rang-1/2	Relation de Zipf	Gabaix rang-1/2
<b>Constante</b>	18,86***	20,69***	16,42***	17,75***	14,48***	15,37***
<b>Log Taille (<math>\beta</math>)</b>	-1,34***	-1,50***	-1,11***	-1,23***	-0,94***	-1,02***
<b><math>\sigma(\beta)</math></b>	0,412	0,49	0,467	0,55	0,40	0,47
<b>t de Student</b>	-9,75	-9,25	-8,95	-8,441	-12,96	-11,9
<b>N</b>	30	30	33	33	45	45
<b>R2_ajusté</b>	0,76	0,74	0,71	0,68	0,79	0,76

Notes: \*\*\* significativité à 1%, \*\* significativité à 5%, \* significativité à 10%

Source : calculs des auteurs

Au vu de ce tableau, les  $R^2$  ajustés des trois modèles sont supérieurs à 0,70 à l'exception du modèle variante de Gabaix en 2002(0,68). Pour l'ensemble des coefficients de hiérarchisations estimés, la plus grande valeur (en valeur absolue) correspond à celle obtenue pour l'année 1988 ( $\beta = 1,36$ ), la plus petite est obtenue en 2013 ( $\beta = 0,94$ ). Le coefficient de hiérarchisation est donc décroissant sur les trois périodes de recensement. De plus, en 1988 et en 2002 nous constatons que les coefficients de hiérarchisation sont tous supérieurs à l'unité. Deux résultats importants sont ainsi mis en évidence. Le premier a trait au changement de la structure du système de départements. En effet, le fait que le coefficient de hiérarchisation soit supérieur à l'unité montre qu'en 1988 et en 2002, le système était dominé par les départements de taille moyenne ou de taille intermédiaire, c'est-à-dire les départements qui se trouvent entre les grands départements et les petits. Cependant, cet état n'est pas maintenu en 2013. Le coefficient de hiérarchisation devient inférieur à l'unité, ce qui montre que le redécoupage administratif de 2008 qui créa plus de onze nouveaux départements a eu un impact important sur la structure du système. Le deuxième résultat découle directement de la décroissance du coefficient de hiérarchisation et montre que le système des départements tend à être plus inégalitaire que pendant les années précédentes.

En effet, En 1988 une augmentation de la taille d'un département de 1% diminue son rang de 1,36%, en 2002. Ce qui implique, si on raisonne par rapport au département le plus grand qui est donc à la première position de la distribution des tailles, que les départements de taille inférieure avaient plus de chance de s'en approcher en 1988 qu'en 2002. En 2013, une augmentation de 1% de la taille d'un département ne baisse son rang dans la hiérarchie que de 0,94%. Les chances de rattrapage deviennent encore plus difficiles pour les départements de taille inférieure au plus grand département du système. L'écart ou l'inégalité entre les départements s'aggrave donc au cours du temps.

#### 4.2. ETUDE DYNAMIQUE : APPLICATION DES CHAINES DE MARKOV

Les distributions des départements du Sénégal pour les trois années de référence sont discrétisées en suivant le choix de discrétisation énoncé dans la partie méthodologie. Les cinq classes de villes pour ces trois années sont présentées dans le tableau suivant.

**Tableau 2: Distribution des tailles de villes divisées en classes de tailles**

1988				
Classes	Tailles	Nombre de départements	Pourcentage de la hiérarchie	Pourcentages cumulés
C1	Taille ≤ 57845,41	1	3,45	3,45
C2	57845,41 - 115690,81	2	6,90	10,34
C3	115690,81 - 231381,62	16	55,17	65,52
C4	231381,62 - 462763,24	8	27,59	93,10
C5	Tailles ≥ 462763,24	2	6,90	100,00
2002				
C1	Taille ≤ 78758,73	0	0,00	0,00
C2	78758,73 - 157517,47	1	3,45	3,45
C3	157517,47 - 315034,93	11	37,93	41,38
C4	315034,93 - 630039,86	13	44,83	86,21
C5	Tailles ≥ 630039,86	4	13,79	100,00
2013				
C1	Taille ≤ 97538,74	2	6,90	6,90
C2	97538,74 - 195077,48	2	6,90	13,79
C3	195077,48 - 390154,97	17	58,62	72,41
C4	390154,97 - 780309,93	5	17,24	89,66
C5	Tailles ≥ 780309,93	3	10,34	100,00

*Source : Calculs des auteurs*

#### 5.2.1 ANALYSE DES PROBABILITES DE TRANSITION

L'estimation des probabilités de transitions entre les différentes classes de département montre un processus d'évolution de la taille des départements complexes.

On remarque assez facilement une dynamique très lente au regard des probabilités de rester dans la même classe. En effet, pour l'ensemble des classes, la probabilité de rester dans la même classe de taille de 1988 à 2013 dépasse 90% à l'exception de la classe C2 (diagonale de la matrice de transition ci-dessous). Cette probabilité est de 95,35% pour la classe C1, 94,48% pour la classe C4 et enfin plus de 96% pour la classe C3 et C5. Ces résultats montrent que la répartition en terme de classes de taille des départements en 1988 est maintenue pour la plupart des départements en 2013, les grands départements de 1988 restent figés dans leur position de grandes agglomérations et les petits et moyens départements restent à leur position entre 1988 et 2013. Ainsi, au vu des probabilités de transition, seule une petite portion des vingt-neuf départements retenus dans l'étude dynamique a changé de classe de taille entre 1988 et 2013.

**Tableau 3 : Matrice de transition par an et par classe de taille des départements sénégalais pour la période 1988 - 2013**

$\widehat{P}_{ij}$	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>
<b>C1</b>	0,9535 (0,0321)	0,0233 <sup>2</sup> (0,023)	0,0233 (0,023)	0	0
<b>C2</b>	0,037 (0,00257)	0,8889 (0,00428)	0,0741 (0,0356)	0	0
<b>C3</b>	0,0022 (0,0022)	0,0132 (0,0053)	0,9648 (0,0086)	0,0176 (0,0062)	0,0022 (0,0022)
<b>C4</b>	0	0,0051 (0,0051)	0,0357 (0,0133)	0,949 (0,0157)	0,0102 (0,0072)
<b>C5</b>	0	0	0,0161 (0,016)	0,0161 (0,016)	0,9677 (0,0224)

Note : Ecart-type entre parenthèses

Source : Calculs des auteurs

Les probabilités de transitions entre deux classes consécutives sont représentées schématiquement dans la figure 1 ci-dessous. On constate alors que les probabilités de transition d'une classe à une autre se comportent inversement par rapport à celles de rester dans la même classe. Les probabilités de transition d'une classe à une autre classe successive de taille supérieure sont très faibles (toutes inférieures à 3% sur la période d'étude) à l'exception de la classe C2. En ce qui concerne les probabilités de transition d'une classe de taille supérieure à une classe précédente de taille inférieure, les valeurs restent faibles mais, fait assez intéressant, restent supérieures aux probabilités de transition de la même classe à la classe successive de taille supérieure. Ainsi à l'exception du passage C2 à C3, la probabilité

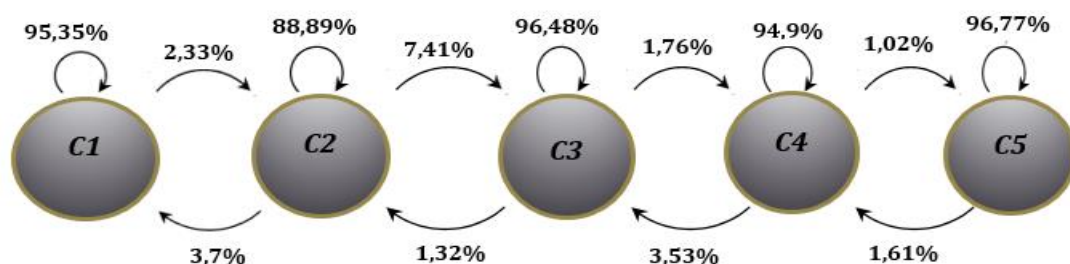
<sup>2</sup>Cette valeur signifie 2,33% des départements qui appartenaient à la classe **C1** en 1988 appartiennent à la classe **C2** en 2013.



de passer de C1 à C2 est de 2,33% mais le passage de C2 à C1 est de 3,7%, le passage de C3 à C4 est de 1,76% mais le passage de C4 à C3 est de 3,53%, enfin le passage de C4 à C5 est de 1,02% mais le passage de C5 à C4 est de 1,61. Ceci montre en plus que les départements du Sénégal ont non seulement des difficultés à évoluer quelle que soit la taille considérée mais que cette évolution va plus dans le sens de voir décroître sa population au profit d'autres localités peu nombreux.

Seuls les départements de la classe C2 ont des chances de progression plus rapide sur la période. En effet 7,41% des départements de la classe C2 peuvent passer vers la Classe C3 et seulement 1,32 des départements passent de C3 à C2. Cependant ces types de départements ne représentent qu'une infime taille dans l'échantillon des départements du Sénégal. En effet, dans le tableau 2 il ne représente qu'environ 7% des départements retenu dans l'échantillon d'étude en 1988, 3% en 2002 et 7% en 2013.

Figure 1 : Probabilités de transition annuelle des départements du Sénégal entre les différentes classes de 1998 à 2013



Source : Calculs des auteurs

L'estimation des temps moyens de premier passage confirme la dynamique lente des changements de la taille des départements. Le temps que mettent en moyenne les départements d'une classe pour atteindre l'autre classe est très élevé à l'exception du passage de C2 à C3 (19 années), du passage de C1 à C3 et C4 à C3 (31 années). Ainsi non seulement le passage entre C2 et C3 reste le plus probable mais l'analyse des temps moyen de premier passage montre qu'elle s'effectue plus rapidement encore que les autres types de passage vers des classes de taille supérieure.

**Tableau 4 : Temps moyen de premier passage pour les départements du Sénégal**

$M_{P,ij}$	<i>C1</i>	<i>C2</i>	<i>C3</i>	<i>C4</i>	<i>C5</i>
<i>C1</i>	0	71,9515	31,2	105,7412	329,2462
<i>C2</i>	168,3184	0	19,4	93,9412	317,4462
<i>C3</i>	238,9777	100,903	0	74,5412	298,0462
<i>C4</i>	259,7933	118,3582	30,8222	0	259,9769
<i>C5</i>	280,3855	140,6306	46,4111	68,2706	0

Source : Calculs des auteurs

## CONCLUSION

Dans un contexte de décentralisation de plus en plus poussée, le Sénégal est en train de se diriger vers un modèle économique et politique particulier où les collectivités locales ont des pouvoirs de plus en plus importants. Cette étude s'est inscrite dans un cadre d'analyse de ces collectivités locales afin de cerner le comportement de ces dernières en termes de dynamique de peuplement sur la période de 1988-2013. Il est apparu que les départements du Sénégal n'ont pas les mêmes potentialités en termes de peuplement. En nous référant à la loi rang-taille, les estimations du coefficient de hiérarchisation pour le système des départements du Sénégal montrent que l'inégale répartition constatée déjà en 1988, s'est accentuée au fil des années jusqu'à nos jours. L'analyse dynamique confirme cette répartition inégalitaire de la population dans les départements. En effet, Les chances de rattrapage des départements de petites et moyennes tailles vers les grands départements sont de plus en plus faibles au fil des années. L'analyse a ensuite montré que pour la faible portion des départements qui a changé de classe, l'évolution de la taille va plus dans le sens de voir décroître sa population au profit d'autre département plutôt qu'une augmentation de taille de la localité considérée.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

**Alexandra Schaffar(2009).** « La loi de zipf dans la science regionale », cahiers du lead. - n° 2009-1;

**André. Lericollais Roquet.Dominic,(1999).** « Croissance de la population et dynamique du peuplement au Sénégal depuis l'indépendance » Espace populations sociétés, 1999. pp. 93-106;

**ANSD,(2013).**« Rapport Enquête Démographique et de Santé Continue (EDS-continue)2012-2013 »

**Aurélie Lalanne ,Guillaume Pouyanne(2010)** « Le systeme hierarchique urbain canadien 1971-2001 »,[http :www.cjrs-rcsr.org/V33/2/10LALANNE-POUYANNE.pdf](http://www.cjrs-rcsr.org/V33/2/10LALANNE-POUYANNE.pdf)

**Claire Bernard, Sandrine Mesplé-Somps, Gilles Spielvoge et al (2012).** « Taille des villes, urbanisation et spécialisations économiques ». Département de Recherche Méditerranée et Moyen-Orient, AFD , Novembre 2012;

**COMMENGES Hadrien, BEAUGUITTE Laurent et al R (2014)** « Espace, traitement de l'information géographique » Framabook, [http :framabook.org](http://framabook.org);

**Denise Pumain (2012).**« Une théorie géographique pour la loi de zipf » Région et Développement n° 36-2012 ;

**DURANTON Gilles (2012)** « La croissance urbaine: déterminismes vs bruit ». Région et Développement n° 36-2012.

**Ebrad Morico Eric DENIS (2009),** « Urban growth in west africa - Paris” .La chronique ISSN 1157-4186, juillet 2009;

**GONZÁLEZ-VAL Rafael (2012).**« zipf's law: main issues in empirical work» Région et Développement n° 36-2012. - 2012;

**KADDOURI Lahouari(2011)** « Structures spatiales et mises en réseaux de villes pour la régionalisation des territoires ». Thèse ,Université montpellier paul valéry,<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00137931/>

**MBOW Lat Soucabé(2013),** « la production du territoire senegalais »[https://fastef.ucad.sn/LIEN17/liens17\\_lsmbow.pdf](https://fastef.ucad.sn/LIEN17/liens17_lsmbow.pdf)

**Michel DIMOU Alexandra SCHAFFAR,Zhihong CHEN (2008)** « La croissance urbaine chinoise reconsidérée » Région et Développement n° 27-2008

**Morency Catherine(2006)** « Étude de méthodes d'analyse spatiale et illustration à l'aide de micro-données urbaines de la région de Grand Montréal » les Cahiers Scientifiques du Transport. pp. N° 49 Pages 77-102 ;

**Olloqui Jesus Clemente, Rafael Gonzalez-Val and Irene(2008)** « Zipf's and Gibrat's laws for migrations Munich» Personal RePEc Archive, <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/9731/>.

**Patrick Bousch Antoine Decoville (2010)** « Dynamiques de développement démographique et enjeux en matière d'aménagement du territoire » Observatoire du Développement Spatial de Luxembourg.

**Schaffar Alexandra Dimou Michel(2006)** « Evolution des hiérarchies urbaines : le cas des balkans » Région et Développement n° 25-2007

**Schaffar Alexandra Sotiris PAVLEAS(2014)** « The evolution of the greek » Région et Développement n° 39-2014 , 2014;

**Thomas-Agnan Christine(2014)** « Analyse statique des données spatiales » EUSTAT, [http :www.eustat.eus/productosServicios/datos/Seminario\\_54\\_Slides.pdf](http://www.eustat.eus/productosServicios/datos/Seminario_54_Slides.pdf)

**Vanessa Rousseaux(1999)**, « Disparités des strates urbaines et de la distribution hiérarchique des villes dans trois pays du Maghreb » Méditerranée - N 10. - pp. pp. 107-111.